PRÉPAS INTERNATIONALES

Filière Ingénierie Générale

B.P. : 2375 Yaoundé
Nouveaux locaux : Omnisports
Tél. : 696 16 46 86
E-mail. : prepasinternationales@yahoo.com
Site : www.prepas-internationales.org

SERIE **D, TI, E, F, GCE**

MATHEMATIQUES

Durée : 3 Heures

Yaoundé le 25 août 2022

Concours d'entrée en première année

EXERCICE 1. 05 POINTS

1- Déterminer les racines carrées du nombre complexe $3+4i$. **0,75pt**

2- Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^2+2z-2-4i=0$. **0,75pt**

3- Soit P le polynome définit par : $P(z)=z^3+2(1+i)z^2-2z+4(2-i)$, z étant un nombre complexe.

a) Déterminer les nombres complexes a et b tels que :
$P(z)=(z+2i)(z^2+az+b)$. **0,75pt**

b) En déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z)=0$. **0,50pt**

4- Le plan complexe est muni du repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$. On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives $z_A=-2i$, $z_B=3+i$ et $z_C=-1-i$.

a) Placer les points A, B et C dans ce repère. **0,75pt**

b) Quelle est la nature du triangle ABC ? **0,75pt**

c) Déterminer l'écriture complexe de la similitude S de centre B qui transforme A en C. **0,75pt**

EXERCICE 2. 05,5 POINTS

1- Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $\begin{cases} U_0 = 20\,000 \\ U_{n+1} = 1{,}05U_n + 1\,000 \end{cases}$.

a) Pour tout entier naturel n, on pose : $V_n=U_n+k$.
Déterminer k pour que $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ soit une suite géométrique dont on précisera la raison. **1,00pt**

b) On prend $k=20\,000$. Exprimer V_n puis U_n en fonction de n. **1,00pt**

2- Monsieur Aurélien est le président d'une association. Le 1er Janvier 2022, il dépose une somme de 20 000 FCFA. A partir de cette année, son capital augmente de 5% par mois. De plus, pour sa bonne gestion des fonds de l'association, les membres décident de lui donner 1 000 FCFA par mois.
Quelle somme M. Aurélien percevra-t-il le 1er Janvier 2023 ? **1,50pt**

3- On donne l'équation différentielle (E) : $2y''-y'-3y=0$.

a) Déterminer les solutions de l'équation différentielle (E). **1,00pt**

b) Déterminer la fonction g solution de (E) dont la courbe représentative passe par le point $A(0,3)$ et la tangente à cette courbe en ce point a pour coefficient directeur 2. **1,00pt**

PRÉPAS INTERNATIONALES
Filière Ingénierie Générale
B.P. : 2375 Yaoundé
Nouveaux locaux : Omnisports
Tél. : 696 16 46 86
E-mail. : prepasinternationales@yahoo.com
Site : www.prepas-internationales.org

SERIE **D, TI, E, F, GCE**

MATHEMATIQUES

Durée : 3 Heures

Yaoundé le 25 août 2022

PROBLEME. 09,5 POINTS

On donne la fonction f définie sur l'intervalle $[0,+\infty[$ par $f(x)=\frac{1-e^{-x}}{x+e^{-x}}$ et (C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, I, J) où l'unité sur les axes est de 4 cm.

1- Calculer la limite de f en $+\infty$ et donner une interprétation graphique du résultat. **0,75pt**

2- On donne la fonction g définie sur $[0,+\infty[$ par : $g(x)=x+2-e^{x}$.
   a) Etudier les variations de g sur $[0,+\infty[$ et dresser son tableau de variation. **1,00pt**
   b) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α telle que : $1{,}14<\alpha<1{,}15$. **1,00pt**
   c) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. **0,50pt**

3- Montrer que pour tout x positif, la dérivée $f'(x)=\frac{g(x)}{e^{x}(x+e^{-x})^{2}}$. **0,75pt**

4- Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. **1,00pt**

5- Etablir que $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha+1}$ puis en déduire un encadrement de $f(\alpha)$. **1,00pt**

6- Déterminer une équation cartésienne de la tangente (T) à (C_f) en $x=0$. **0,50pt**

7- Construire la courbe (C_f) et la tangente (T). **1,00pt**

8- On définit la suite numérique $u_n=\int_n^{n+1} f(x)dx$ pour $n\geq 0$.
   a) Donner une interprétation géométrique de la suite de terme u_n. **0,50pt**
   b) Calculer u_n et donner les valeurs approchées à 10^{-2} près de u_0, u_1 et u_2. **1,50pt**

Fin de l'épreuve.