PRÉPAS INTERNATIONALES

Filière Ingénierie Générale

B.P. : 2375 Yaoundé
Nouveaux locaux : Omnisports
Tél. : 696 16 46 86
E-mail. : prepasinternationales@yahoo.com
Site : www.prepas-internationales.org

SERIE **D, TI, E, F, GCE**

MATHEMATIQUES

Durée : 3 Heures

Yaoundé le 27 juillet 2022

Concours d'entrée en première année

EXERCICE 1 (04,5 POINTS)

1- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $u^2 - 6u + 13 = 0$. **0,50pt**

2- Déduire de la question précédente, les solutions de $\left(\frac{z-3i}{z+2}\right)^2 - 6\left(\frac{z-3i}{z+2}\right) + 13 = 0$. **1,00pt**

3- Le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = 3 + 2i$, $z_B = 3 - 2i$, $z_C = 4$ et $z_D = -4i$.
S est une similitude directe qui transforme A et B en C et D respectivement.

a) Placer les points A, B, C et D. **0,50pt**

b) Démontrer que l'écriture complexe de la similitude S est : $z' = (1 - i)z - 1 + i$. **1,00pt**

c) Déterminer les caractéristiques de cette similitude. **0,75pt**

d) Soit H le point d'intersection des droites (AB) et (CD) et H' son image par S. Déterminer l'affixe du point H' puis justifier le fait que C, D et H' sont alignés. **0,75pt**

EXERCICE 2 (05,5 POINTS)

On considère les suites numérique (u_n) et (v_n) définies par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 1}{2 + u_n} \end{cases} \quad \text{et} \quad v_n = \frac{1 + u_n}{2 - 2u_n}$$

1- A l'aide d'un raisonnement par récurrence, montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n < 1$. **1,00pt**

2- Etudier le sens de variation de la suite (u_n). **1,00pt**

3- Montrer que la suite (v_n) est géométrique. On précisera la raison et le 1[er] terme. **1,50pt**

4- Exprimer v_n puis u_n en fonction de n. **1,50pt**

5- Etudier la converge de la suite (u_n) puis déterminer si possible sa limite. **0,50pt**

PRÉPAS INTERNATIONALES

Filière Ingénierie Générale

B.P. : 2375 Yaoundé
Nouveaux locaux : Omnisports
Tél. : 696 16 46 86
E-mail. : prepasinternationales@yahoo.com
Site : www.prepas-internationales.org

SERIE **D, TI, E, F, GCE**

MATHEMATIQUES

Durée : 3 Heures

Yaoundé le 27 juillet 2022

PROBLEME (10 POINTS)

On donne les fonction g et f définies sur $]-1,+\infty[$ par : $g(x)=(x+1)^2+2-2ln(x+1)$ et $f(x)=\frac{x^2+x+2\ln(x+1)}{x+1}$. (C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan (O, I, J) où l'unité sur les axes est de 2 cm.

1-
- a) Calculer les limites de g en -1 et $+\infty$. **0,50pt**
- b) Dresser le tableau de variation de la fonction g. **1,00pt**
- c) Donner le signe de $g(x)$ sur $]-1,+\infty[$. **0,50pt**

2-
- a) Calculer les limites de f en -1 $et +\infty$. **0,50pt**
- b) Démontrer que la droite (D) d'équation $y=x$ est une asymptote à (C_f). **0,50pt**
- c) Etudier les positions relatives de (C_f) et (D). **0,50pt**
- d) Démontrer que pour tout $x\in\ ]-1,+\infty[$ la dérivée $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$. **0,50pt**
- e) Dresser le tableau de variation de f. **1,00pt**
- f) Justifier le fait que f est une bijection de $]-1,+\infty[$ vers un ensemble à préciser. **0,50pt**
- g) Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C_f) en $x=0$. **0,50pt**
- h) Construire les courbe (C_f) et $(C_{f^{-1}})$, la droite (D) et la tangente (T) où f^{-1} est la bijection réciproque de f dans le même repère. **2,50pt**

3- A est l'aire de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, la courbe de f et les droites d'équations $x=0$ et $x=e-1$.
- a) Calculer la dérivée de la fonction u définie par : $u(x)=(\ln(x+1))^2$. **0,50pt**
- b) Calculer l'aire A. **1,00pt**

Fin de l'épreuve.