PRÉPAS INTERNATIONALES
Filière Ingénierie Générale
B.P. : 2375 Yaoundé
Sis Carrefour des Carreaux,
Immeuble 3ème étage
Tél. : 696 16 46 86
E-mail. : prepasinternationales@yahoo.com
Site : www.prepas-internationales.org

SERIE **C**
MATHÉMATIQUES
Durée : 3 Heures

Yaoundé le 22 juillet 2021

Concours d'entrée en première année

EXERCICE 1 (05,50 POINTS)

1- Résoudre dans $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ l'équation $PGCD(a,b)+PPCM(a,b)=15+b$ où $a<b$. **1,00pt**

2- On donne le polynôme P défini sur $\mathbb{R}$ par : $P(x)=5x^3-8x^2+13x-6$. On admet que a et b sont des entiers naturels premiers entre eux tels que $\frac{a}{b}$ est une racine de P
   a) Montrer que a divise 6 et b divise 5. **1,00pt**
   b) Déterminer la racine rationnelle de P et donner une factorisation de (x). **1,00pt**

3- Ariel a acheté une valise dont le code numérique est un nombre de six chiffres. L'ouverture de la valise nécessite un code qu'Ariel décide de choisir dans la famille des nombres qui s'écrivent sous la forme $N=xyzyxz$ où x,y et z sont des chiffres, $x\neq 0$ et où N est nombre divisible par 66.
   a) Ecrire en fonction de x,y et z un système de congruences modulo 2, 3 et 11 qui respecte les contraintes définies par Ariel. **1,00pt**
   b) Déterminer 6 numéros qui peuvent rentrer dans le choix du code numérique d'Ariel. **1,50pt**

EXERCICE 2 (05,50 POINTS)

ABC est un triangle équilatéral de coté de longueur a. Soit I le barycentre des points pondérés $(A,1)$, $(B,2)$ et $(C,-2)$.

1- Déterminer et construire I. **0,75pt**

2- Calculer IA^2, IB^2 et IC^2 en fonction de a. **0,75pt**

3- Soit k, un nombre réel.
   a) Déterminer en fonction de k l'ensemble (E_k) des points M du plan tels que : $MA^2+2MB^2-2MC^2=ka^2$. **0,75pt**
   b) Existe-t-il des valeurs de k pour laquelle B appartient à (E_k) ? **0,50pt**

4-
   a) Démontrer que (E_{-1}) est un cercle tangent à la droite (AB). **0,75pt**
   b) Démontrer que le symétrique D de B par rapport à la droite (AI) appartient à la droite (AC). **0,75pt**
   c) Démontrer que (E_{-1}) est tangent à (AC) en D. **0,75pt**
   d) Quelle est la nature du triangle IBD ? Justifier votre réponse. **0,50pt**

PRÉPAS INTERNATIONALES
Filière Ingénierie Générale
B.P. : 2375 Yaoundé
Sis Carrefour des Carreaux,
Immeuble 3ème étage
Tél. : 696 16 46 86
E-mail. : prepasinternationales@yahoo.com
Site : www.prepas-internationales.org

SERIE **C**

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 Heures

Yaoundé le 22 juillet 2021

PROBLEME (09 POINTS)

On donne la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x-2}}$.
(C_f) est sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ où $\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = 2$ cm.

1- Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\left|x - \frac{1}{2}\right| > \frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 - x - 2 > 0$. **0,50pt**

2- En déduire l'ensemble de définition D_f de la fonction f. **0,50pt**

3- Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$, puis à gauche de -1 et à droite de 2. **1,00pt**

4- En déduire de la question précédente, les asymptotes de la courbe de f. **1,00pt**

5- Calculer la dérivée de f, étudier son signe et dresser le tableau de variation. **1,50pt**

6- Construire la courbe représentative de f. **1,50pt**

7- Soit $x \in \mathbb{R}$, tel que $\frac{1}{2} + x \in D_f$.

a) Démontrer que $\frac{1}{2} - x \in D_f$ et vérifier que $f\left(\frac{1}{2} + x\right) + f\left(\frac{1}{2} - x\right)$ est constant. **1,00pt**

b) En déduire que (C_f) admet un centre de symétrie et préciser son centre. **0,50pt**

8- Soit a un nombre réel supérieur à 3. $S(a)$ est la partie du plan limitée par la courbe, la droite d'équation $y = 1$ et les droites d'équations respectives $x = 3$ et $x = a$.

a) Calculer en cm^2, l'aire $S(a)$. **1,00pt**

b) Calculer la limite de $S(a)$ lorsque a tend vers $+\infty$. **0,50pt**

Fin de l'épreuve.