PRÉPAS INTERNATIONALES
Filière Ingénierie Générale
B.P. : 2375 Yaoundé
Sis Carrefour des Carreaux,
Immeuble 3ème étage
Tél. : 696 16 46 86
E-mail. : prepasinternationales@yahoo.com
Site : www.prepas-internationales.org

SERIE **D, E, F, TI, GCE/AL**

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 Heures

Yaoundé le 30 septembre 2020

Concours d'entrée en première année

EXERCICE 1 (04,5 POINTS)

1- On donne quatre nombres complexes $z_1 = b + ai$, $z_2 = d + bi$, $z_3 = b + di$ et $z_4 = d + ci$ où a, b, c et d sont des nombres réels et $z_1 = \overline{z_3}$.

a) Trouver une relation entre les nombres a et d. **0,50pt**

b) Déterminer les nombres z_1, z_2, z_3 et z_4 si ceux–ci vérifient le système : **1,50pt**

$$\begin{cases} z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = -6 \\ 3z_1 + 2z_2 + z_4 = -9 + 5i \end{cases}$$

2- Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, $\vec{u}, \vec{v}$). On considère quatre points A, B, C et D d'affixes respectives : $z_A = -2 - i$, $z_B = -1 + 2i$, $z_C = -2 + i$ et $z_D = -1 - 2i$.

a) Placer ces quatre points dans ce repère. **0,50pt**

b) Vérifier que $|z_A| = |z_B|$ puis déterminer la rotation R qui transforme A en B et D en C. **1,00pt**

c) Montrer que les quatre points A, B, C et D sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon. **1,00pt**

EXERCICE 2 (06 POINTS)

1-

a) Linéariser l'expression $u(x) = sin^2x.cos^2x$. **0,75pt**

b) Calculer la valeur de l'intégrale $I = \int_0^{\pi} u(x)dx$. **0,75pt**

c) Vérifier que $cos^4x + sin^4x = 1 - 2.sin^2x.cos^2x$; puis calculer la valeur exacte de l'intégrale $J = \int_0^{\pi}(cos^4x + sin^4x)dx$. **1,00pt**

2- On se propose d'intégrer dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E) :

$$y''' - 6y'' + 12y' - 8y = 0$$

a) Montrer que la fonction $y_0 : x \mapsto e^{2x}$ est solution dans $\mathbb{R}$ de l'équation (E). **0,50pt**

b) Soit f une fonction trois fois dérivable sur $\mathbb{R}$. On pose $g(x) = e^{-2x}f(x)$. Exprimer les dérivées successives g', g'' et g''' en fonction des dérivées f', f'', f''' et f. **1,25pt**

c) Montrer que f est solution de l'équation (E) si et seulement si g'' est constante. **0,75pt**

d) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation (E). **1,00pt**

PRÉPAS INTERNATIONALES
Filière Ingénierie Générale
B.P. : 2375 Yaoundé
Sis Carrefour des Carreaux,
Immeuble 3ème étage
Tél. : 696 16 46 86
E-mail. : prepasinternationales@yahoo.com
Site : www.prepas-internationales.org

SERIE **D, E, F, TI, GCE/AL**

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 Heures

Yaoundé le 30 septembre 2020

PROBLEME (09,5 POINTS)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-\ln 2\}$ par :

$$g(x) = \begin{cases} x + \dfrac{e^x}{2e^x - 1} & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - x + \sqrt{x}\ln(x) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

On désigne par (C_g) la courbe représentative de g dans un repère orthonormé (O, I, J) où l'unité sur les axes est de 2cm.

1-
a) Calculer les limites de g aux bornes de D_g. **1,50pt**
b) Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to -\infty} [g(x) - x]$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \left[\frac{g(x)}{x}\right]$. Que peut-on en déduire ? **1,50pt**
c) Etudier la position de (C_g) par rapport à l'asymptote non parallèle aux axes dans $]-\infty; 0]$. **1,00pt**

2-
a) Etudier la continuité de g en 0. **0,50pt**
b) Etudier la dérivabilité de g en 0 et interpréter graphiquement les résultats. **0,75pt**

3- Calculer la dérivée de g et dresser le tableau de variation de g. **1,50pt**

4- Construire dans le repère, les asymptotes, la courbe (C_g) et les demi-tangentes au point d'abscisse 0. On remarquera que $g(1) = 0$ et $g'(1) = 0$. **1,75pt**

5- Calculer en cm^2 l'aire du domaine délimité par (C_g), la droite d'équation $y = x$ et les droites d'équations $x = -\ln 8$ et $x = -\ln 4$. **1,00pt**

Fin de l'épreuve.