PREPAS INTERNATIONALES
Filière Ingénierie Générale
B.P. : 601 Yaoundé
Sis Carrefour des Carreaux, Immeuble 3ème étage
Tél. : 696 16 46 86
E-mail. : prepas.internationales@yahoo.com
Site : www.prepas-internationales.org

SERIE **C**
MATHEMATIQUES
Durée : 3 Heures

Yaoundé le 6 juillet 2020

Concours d'entrée en première année

EXERCICE 1. (6 POINTS)

Soit l'équation (E) : $z^2 - 2(1 + icos\alpha)z + 2icos\alpha = 0$ où $\alpha \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$

1- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

2- On note $z_1 = 1 + ie^{i\alpha}$ et note $z_2 = 1 + ie^{-i\alpha}$. soit A le point d'affixe $1 + i$

a) Ecrire z_1 et z_2 sous la forme exponentielle.

b) Déterminer et représenter chacun des ensembles des points M_1 et M_2 d'affixes respectives z_1 et $z_2$lorsque α décrit $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$.

c) Soit K le milieu de $[M_1M_2]$ quel est l'ensemble décrit par K lorsque α décrit $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$.

3- Soit l'application r du plan qui tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = e^{-2i\alpha}z + 2ie^{-i\alpha}sin\alpha$.

a) Caractériser l'application r.

b) Montrer que $M_2 = r(M_1)$

c) Déterminer la nature du triangle AM_1M_2. Déterminer une condition sur α pour que AM_1M_2 soit un triangle rectangle isocèle.

EXERCICE 2. (5 POINTS)

1- Soient a et b deux entiers naturels non nuls. Démontrer que si la fraction $\frac{a}{b}$ est irréductible, il en est de même pour $\frac{a+b}{a^2+ab+b^2}$.

2- ABCDEFGH est un cube de côté $x > 0$. Soit O le centre de la face ABCD. On considère l'ensemble (L) des points M de l'espace tels que

3- $(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}).\overrightarrow{OE} = -2x^2$.

a) Vérifier que le point A appartient (L).

b) Déterminer l'ensemble (L).

4. Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ;$\vec{\imath}, \vec{\jmath}$). Soit (H) l'ensemble des points $M(x, y)$ du plan tels que : $16x^4 + 81y^4 + 72x^2y^2 - 1296y^2 = 0.$ Montrer que (H) est la réunion de deux coniques (Γ_1) et (Γ_2) dont on donnera les éléments caractéristiques.

PREPAS INTERNATIONALES
Filière Ingénierie Générale
B.P. : 601 Yaoundé
Sis Carrefour des Carreaux, Immeuble 3ème étage
Tél. : 696 16 46 86
E-mail. : prepas.internationales@yahoo.com
Site : www.prepas-internationales.org

SERIE **C**

MATHEMATIQUES

Durée : 3 Heures

Yaoundé le 6 juillet 2020

PROBLEME (9 POINTS)

Partie A

1- Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = 2x\sqrt{x} - 3lnx + 6$
   a) En utilisant le sens de variation de g , déterminer suivant les valeurs de x, le signe de $g(x)$.

2- Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par :$f(x) = \frac{3lnx}{\sqrt{x}} + x - 1$
   a) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
   b) Utiliser 1- pour déterminer le sens de variation de f.

3- Soit Δ la droite d'équation $y = x - 1$ et C_f la représentation graphique de f dans un repère orthonormé du plan.
   a) Montrer que Δ est asymptote à C_f et étudier la position de relative de $\Delta\ et\ \ C_f$.
   b) Construire $\Delta\ et\ \ C_f$.(unité graphique :0,5cm)
   c) Calculer en cm^2 l'aire A de la partie du plan délimitée par la courbe C_f, la droite Δ et les droites d'équations $x = 1\ et\ x = e$.

Partie B

On pose $I_p = \int_1^e x^2(lnx)^p dx$) où p est un entier naturel non nul.

1-
   a) Calculez I_1
   b) Montrez que pour tout entier naturel non nul : $I_{p+1} = \frac{e^3}{3} - \frac{p+1}{3} I_p$
   c) Déduisez-en I_2, puis I_3.

2- On considère la suite (I_p) , p $\geq$0.
   a) Montrez que cette suite est décroissante.
   b) Etablissez la convergence de cette suite vers une limite L $\geq$ 0.

3-
   a) Montrez qu'il y a contradiction entre le fait que L soit strictement positive et la relation obtenue dans 1 : b).
   b) Déduisez-en alors la limite de la suite (I p)

Fin de l'épreuve.