

Yaoundé le 25 juillet 2024

Concours d'entrée en première année HAUTES ETUDES DE COMMERCE

EXERCICE 1 (05 POINTS)

- 1- Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2 - (1 + 3i)z - 2 + i = 0$. **1,00pt**
- 2- Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$ où l'unité sur les axes est de 2 cm, on considère les points A, B et C et d'affixes respectives $i, 1$ et $1 + 2i$.
 - a) Construire les points A, B , et C . **1,00pt**
 - b) Déterminer l'expression algébrique du nombre complexe $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ puis donner la nature exacte du triangle ABC . **1,00pt**
 - c) En déduire les caractéristiques du cercle circonscrit au triangle ABC . **0,50pt**
- 3- On considère la similitude directe S qui transforme le point O en A et le point A en C .
 - a) Des deux expressions complexes suivantes : (i) $z' = (1 + i)z + i$ et (ii) $z' = (1 - i)z + i$ laquelle correspond à la similitude S ? Justifiez votre réponse. **0,75pt**
 - b) Déterminer les éléments caractéristiques de la similitude directe S . **0,75pt**

EXERCICE 2 (03,5 POINTS)

On dispose d'un dé cubique non pipé de six faces numérotées de 1 à 6. Un jeu consiste à lancer deux fois de suite ce dé et on note les numéros apparus sur sa face supérieure : l'apparition du numéro 6 rapporte 200 F, l'apparition du numéro 1 fait perdre 200 F et les autres numéros ne rapportent rien. On désigne par X la variable aléatoire qui à chaque couple obtenu associe son gain.

- 1- Déterminer les valeurs possibles de X . **0,50pt**
- 2- Recopier et compléter le tableau des probabilités ci-dessous. **1,00pt**

x_i	-400	-200	0	200	400
$P(X = x_i)$		$\frac{2}{9}$			

- 3- En déduire la probabilité des événements : $X \geq 0$ et $|X| \geq 200$. **1,00pt**
- 4- Calculer l'espérance mathématique de X et conclure. **1,00pt**

PROBLEME (11,5 POINTS)

- 1- On considère l'équation différentielle (E) $y'' - 2y' + y = \frac{x^2}{2} - x - 1$ où y désigne une fonction de la variable x définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, y' la fonction dérivée de y , et y'' sa fonction dérivée seconde.
 - a) Déterminer une fonction Polynôme du second degré p solution de (E). **1,00pt**
 - b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E') : $y'' - 2y' + y = 0$. **1,00pt**
 - c) Soit p la solution de (E) dans la question a). Montrer que f est solution de (E) si et seulement si $f - p$ est solution de l'équation différentielle (E'). **1,00pt**
 - d) Déterminer la solution h de l'équation (E) qui vérifie les conditions suivantes :
 $h(0) = 0$ et $h(1) = e + \frac{3}{2}$. **1,00pt**
- 2- On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = xe^x + \frac{x^2}{2} + x$ et (C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, I, J).
 - a) Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$. **0,50pt**
 - b) Etudier les branches infinies à la courbe de f . **0,50pt**
 - c) Calculer la dérivée de f et dresser son tableau de variation. **1,00pt**
 - d) Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x = 0$. **0,50pt**
 - e) Montrer qu'il existe un unique nombre réel non nul α tel que $f(\alpha) = 0$; puis trouver une expression simple de e^α en fonction de α . **1,00pt**
 - f) Donner un encadrement de α par deux nombres entiers relatifs consécutifs. **0,50pt**
 - g) Construire la courbe de f et la tangente (T) dans le repère orthonormé (O, I, J). **1,00pt**
- 3- $A(\alpha)$ est l'aire de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, la courbe de f et les droites d'équations $x = \alpha$ et $x = 0$.
 - a) Hachurer cette partie du plan sur le schéma de la question 2.g). **0,50pt**
 - b) Calculer en fonction de α , l'aire $A(\alpha)$ puis donner un encadrement de $A(\alpha)$. **1,50pt**

Fin de l'épreuve.