

Yaoundé le 25 juillet 2024

## Concours d'entrée en première année

### EXERCICE 1 (05 POINTS)

- 1- Résoudre dans  $\mathbb{C}$ , l'équation :  $z^2 - (1 + 3i)z - 2 + i = 0$ . **1,00pt**
- 2- Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  où l'unité sur les axes est de 2 cm, on considère les points  $A, B$  et  $C$  et d'affixes respectives  $i, 1$  et  $1 + 2i$ .
  - a) Construire les points  $A, B$ , et  $C$ . **1,00pt**
  - b) Déterminer l'expression algébrique du nombre complexe  $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$  puis donner la nature exacte du triangle  $ABC$ . **1,00pt**
  - c) En déduire les caractéristiques du cercle circonscrit au triangle  $ABC$ . **0,50pt**
- 3- On considère la similitude directe  $S$  qui transforme le point  $O$  en  $A$  et le point  $A$  en  $C$ .
  - a) Des deux expressions complexes suivantes : (i)  $z' = (1 + i)z + i$  et (ii)  $z' = (1 - i)z + i$  laquelle correspond à la similitude  $S$  ? Justifiez votre réponse. **0,75pt**
  - b) Déterminer les éléments caractéristiques de la similitude directe  $S$ . **0,75pt**

### EXERCICE 2 (03,5 POINTS)

On dispose d'un dé cubique non pipé de six faces numérotées de 1 à 6. Un jeu consiste à lancer deux fois de suite ce dé et on note les numéros apparus sur sa face supérieure : l'apparition du numéro 6 rapporte 200 F, l'apparition du numéro 1 fait perdre 200 F et les autres numéros ne rapportent rien. On désigne par  $X$  la variable aléatoire qui à chaque couple obtenu associe son gain.

- 1- Déterminer les valeurs possibles de  $X$ . **0,50pt**
- 2- Recopier et compléter le tableau des probabilités ci-dessous. **1,00pt**

| $x_i$        | -400 | -200          | 0 | 200 | 400 |
|--------------|------|---------------|---|-----|-----|
| $P(X = x_i)$ |      | $\frac{2}{9}$ |   |     |     |

- 3- En déduire la probabilité des événements :  $X \geq 0$  et  $|X| \geq 200$ . **1,00pt**
- 4- Calculer l'espérance mathématique de  $X$  et conclure. **1,00pt**

**PROBLEME (11,5 POINTS)**

- 1- On considère l'équation différentielle (E)  $y'' - 2y' + y = \frac{x^2}{2} - x - 1$  où  $y$  désigne une fonction de la variable  $x$  définie et deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$ ,  $y'$  la fonction dérivée de  $y$ , et  $y''$  sa fonction dérivée seconde.
  - a) Déterminer une fonction Polynôme du second degré  $p$  solution de (E). **1,00pt**
  - b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation différentielle (E') :  $y'' - 2y' + y = 0$ . **1,00pt**
  - c) Soit  $p$  la solution de (E) dans la question a). Montrer que  $f$  est solution de (E) si et seulement si  $f - p$  est solution de l'équation différentielle (E'). **1,00pt**
  - d) Déterminer la solution  $h$  de l'équation (E) qui vérifie les conditions suivantes :  
 $h(0) = 0$  et  $h(1) = e + \frac{3}{2}$ . **1,00pt**
- 2- On donne la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = xe^x + \frac{x^2}{2} + x$  et  $(C_f)$  est la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé (O, I, J).
  - a) Calculer les limites de  $f$  en  $-\infty$  et  $+\infty$ . **0,50pt**
  - b) Etudier les branches infinies à la courbe de  $f$ . **0,50pt**
  - c) Calculer la dérivée de  $f$  et dresser son tableau de variation. **1,00pt**
  - d) Déterminer l'équation de la tangente (T) à  $(C_f)$  au point d'abscisse  $x = 0$ . **0,50pt**
  - e) Montrer qu'il existe un unique nombre réel non nul  $\alpha$  tel que  $f(\alpha) = 0$  ; puis trouver une expression simple de  $e^\alpha$  en fonction de  $\alpha$ . **1,00pt**
  - f) Donner un encadrement de  $\alpha$  par deux nombres entiers relatifs consécutifs. **0,50pt**
  - g) Construire la courbe de  $f$  et la tangente (T) dans le repère orthonormé (O, I, J). **1,00pt**
- 3-  $A(\alpha)$  est l'aire de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, la courbe de  $f$  et les droites d'équations  $x = \alpha$  et  $x = 0$ .
  - a) Hachurer cette partie du plan sur le schéma de la question 2.g). **0,50pt**
  - b) Calculer en fonction de  $\alpha$ , l'aire  $A(\alpha)$  puis donner un encadrement de  $A(\alpha)$ . **1,50pt**

Fin de l'épreuve.