

Yaoundé le 16 mai 2024

Concours d'entrée en première année HAUTES ETUDES DE COMMERCE

EXERCICE 1 (04,5 POINTS)

- 1- On donne quatre nombres complexes $z_1 = b + ai$, $z_2 = d + bi$, $z_3 = b + di$ et $z_4 = d + ci$ où a, b, c et d sont des nombres réels et $z_1 = \bar{z}_3$.
- a) Trouver une relation entre les nombres a et d . **0,50pt**
- b) Déterminer les nombres z_1, z_2, z_3 et z_4 si ceux-ci vérifient le système : **1,50pt**
- $$\begin{cases} z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = -6 \\ 3z_1 + 2z_2 + z_4 = -9 + 5i \end{cases}$$
- 2- Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère quatre points A, B, C et D d'affixes respectives : $z_A = -2 - i$, $z_B = -1 + 2i$, $z_C = -2 + i$ et $z_D = -1 - 2i$.
- a) Placer ces quatre points dans ce repère. **0,50pt**
- b) Vérifier que $|z_A| = |z_B|$ puis déterminer la rotation R qui transforme A en B et D en C. **1,00pt**
- c) Montrer que les quatre points A, B, C et D sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon. **1,00pt**

EXERCICE 2 (06 POINTS)

- 1-
- a) Linéariser l'expression $u(x) = \sin^2 x \cdot \cos^2 x$. **0,75pt**
- b) Calculer la valeur de l'intégrale $I = \int_0^\pi u(x) dx$. **0,75pt**
- c) Vérifier que $\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2 \cdot \sin^2 x \cdot \cos^2 x$; puis calculer la valeur exacte de l'intégrale $J = \int_0^\pi (\cos^4 x + \sin^4 x) dx$. **1,00pt**
- 2- On se propose d'intégrer dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E) :
- $$y''' - 6y'' + 12y' - 8y = 0$$
- a) Montrer que la fonction $y_0 : x \mapsto e^{2x}$ est solution dans $\mathbb{R}$ de l'équation (E). **0,50pt**
- b) Soit f une fonction trois fois dérivable sur $\mathbb{R}$. On pose $g(x) = e^{-2x} f(x)$.
Exprimer les dérivées successives g', g'' et g''' en fonction des dérivées f', f'', f''' et f . **1,25pt**
- c) Montrer que f est solution de l'équation (E) si et seulement si g'' est constante. **0,75pt**

d) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation (E).

1,00pt

PROBLEME (09,5 POINTS)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-\ln 2\}$ par :

$$g(x) = \begin{cases} x + \frac{e^x}{2e^x - 1} & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - x + \sqrt{x} \ln(x) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

On désigne par (C_g) la courbe représentative de g dans un repère orthonormé (O, I, J) où l'unité sur les axes est de 2cm.

1-

- Calculer les limites de g aux bornes de D_g . **1,50pt**
- Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x) - x]$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{g(x)}{x} \right]$. Que peut-on en déduire ? **1,50pt**
- Etudier la position de (C_g) par rapport à l'asymptote non parallèle aux axes dans $] -\infty; 0]$. **1,00pt**

2-

- Etudier la continuité de g en 0. **0,50pt**
 - Etudier la dérivabilité de g en 0 et interpréter graphiquement les résultats. **0,75pt**
- Calculer la dérivée de g et dresser le tableau de variation de g . **1,50pt**
 - Construire dans le repère, les asymptotes, la courbe (C_g) et les demi-tangentes au point d'abscisse 0. On remarquera que $g(1) = 0$ et $g'(1) = 0$. **1,75pt**
 - Calculer en cm^2 l'aire du domaine délimité par (C_g) , la droite d'équation $y = x$ et les droites d'équations $x = -\ln 8$ et $x = -\ln 4$. **1,00pt**

Fin de l'épreuve.